

Доц. д-р Тодор Стоянов

# **АЛГЕБРА**

2015

Издателство “Наука и икономика”  
Икономически университет – Варна

Тази книга или части от нея не могат да бъдат размножавани, разпространявани по електронен път и копирани без писменото разрешение на издателя.

© Тодор Стоянов Стоянов, автор, 2015.

© Издателство “Наука и икономика”, 2015.

ISBN 978-954-21-0801-6

## СЪДЪРЖАНИЕ

Увод .....	8
<b>Глава първа. ВЪВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЯТА НА ЦЕЛИТЕ ЧИСЛА</b> .....	11
1.1. Теория за делимост на целите числа .....	11
1.2. Теория на сравненията.....	25
<b>Глава втора.</b>	
<b>ДЕФИНИЦИЯ И СВОЙСТВА НА КОМПЛЕКСНИТЕ ЧИСЛА</b> .....	33
2.1. Обосновка на комплексните числа .....	34
2.2. Тригонометрична форма на комплексно число .....	42
2.3. Коренуване на комплексно число .....	55
2.4. Корени на единицата.....	60
2.5. Показателна и логаритмична функция на комплексна променлива ....	71
<b>Глава трета. ТЕОРИЯ НА ГРУПИТЕ</b> .....	76
3.1. Групи .....	76
3.2. Циклични групи .....	82
3.3. Съседни класове. Теорема на Лагранж .....	87
3.4. Нормални подгрупи. Факторгрупи. Теорема за хомоморфизмите .....	90
3.5. Симетрични групи .....	98
<b>Глава четвърта. ПРЪСТЕНИ</b> .....	106
4.1. Пръстени и полета.....	106
4.2. Поле от частни .....	115
4.3. Идеали. Факторпръстени. Теорема за хомоморфизмите .....	120
4.4. Матрични пръстени .....	124
<b>Глава пета. ДЕФИНИЦИЯ И СВОЙСТВА НА ПОЛИНОМИТЕ</b> .....	128
5.1. Полиноми на една променлива .....	128
5.2. Алгебрично решение на уравнения от трета и четвърта степен .....	141
5.3. Полиноми на няколко променливи .....	153
5.4. Симетрични полиноми .....	157
5.5. Дискриминанта и резултанта .....	167
5.6. Циклотомични полиноми .....	176
<b>Глава шеста. ВЪВЕЖДАНЕ В ТЕОРИЯТА НА ПОЛИНОМИТЕ И ДРОБНО РАЦИОНАЛНИТЕ ФУНКЦИИ</b> .....	184
6.1. Теория на делимостта за полиноми на една променлива .....	184
6.2. Производни .....	198

6.3. Рационални дроби .....	206
6.4. Интерполация .....	223

**Глава седма.**

**СВОЙСТВА НА ПОЛИНОМИТЕ С ЦЕЛИ КОЕФИЦИЕНТИ. ПОЛИНОМИ НАД ФАКТОРИАЛЕН ПРЪСТЕН. .... 232**

7.1. Полиноми с цели коефициенти .....	232
7.2. Полиноми на една променлива над факториален пръстен .....	241

**Глава осма. ДЕФИНИЦИЯ НА СРАВНЕНИЯ В ПРЪСТЕН НА ПОЛИНОМИ И РАЗШИРЕНИЯ НА ПОЛЕТА ..... 250**

8.1. Сравнения в пръстен от полиноми над полета .....	250
8.2. Разширение на поле .....	253
8.3. Алгебрични елементи. Строеж на простите алгебрични разширения .....	258
8.4. Някои видове алгебрични разширения .....	265
8.5. Съществуване на разширение на основното поле, в което даден полином има корен .....	271
8.6. Поле на разлагане .....	277
8.7. Крайни полета .....	282
8.8. Теорема за примитивния елемент .....	284
8.9. Квадратични радикални разширения .....	287
8.10. Алгебрически затворени полета .....	290
8.11. Доказателство на теоремата на Даламбер за съществуване на корен на полином с числови коефициенти .....	295
8.12. Алгебрични числа .....	300
8.13. Нерешимост на някои задачи за построение с линия и пергел .....	308

**Глава девета. РАЗПРЕДЕЛЕНИЕ НА КОРЕНИТЕ НА ПОЛИНОМИТЕ В КОМПЛЕКСНАТА РАВНИНА ..... 322**

9.1. Разпределение на корените върху комплексната равнина .....	322
9.2. Разпределение на реалните корени на полином с реални коефициенти .....	332
9.3. Обобщена теорема на Щурм .....	342
9.4. Приблизително изчисляване на корените на полином .....	352

**Глава десета. ТЕОРИЯ НА ГАЛОА ..... 363**

10.1. Характери на абелеви групи. Линейна независимост на характерите. Неподвижно подполе .....	363
10.2. Нормални разширения .....	367
10.3. Основна теорема на теорията на Галоа .....	374

10.4.	Група на Галоа на композит на полета .....	379
10.5.	Корени на единицата. Циклотомични разширения .....	383
10.6.	Циклични разширения .....	390
10.7.	Кохомологии на Галоа и ньотерови системи. Нормален базис .....	394
10.8.	Крайни полета .....	397
<b>Глава</b>	<b>единадесета. ЕЛЕМЕНТИ ОТ ТЕОРИЯТА НА ЧИСЛАТА</b> .....	<b>404</b>
11.1.	Числови функции .....	405
11.2.	Определение и основни свойства на сравненията .....	411
11.3.	Обратими елементи във факторпръстен на пръстена на целите числа .....	415
11.4.	Основни свойства на функцията на Ойлер .....	419
11.5.	Сравнения от първа степен с едно неизвестно .....	422
11.6.	Системи сравнения от първа степен с едно неизвестно .....	428
11.7.	Сравнения от по-висока степен при прост модул .....	432
11.8.	Сравнения при произволен модул .....	437
11.9.	Показатели по даден модул .....	441
11.10.	Примитивни корени по даден модул .....	445
11.11.	Индекси. Приложение на индексите за решаване на двучленни сравнения .....	448
11.12.	Символ на Лъжандър .....	454
<b>Глава</b>	<b>дванадесета. ТЕОРИЯ НА МОДУЛИТЕ</b> .....	<b>463</b>
12.1.	Определение на модул над комутативен пръстен с единица .....	463
12.2.	Подмодули. Директни суми на модули .....	466
12.3.	Фактормодули. Теорема за хомоморфизмите .....	470
12.4.	Анулатор на елемент на модул .....	475
12.5.	Неразложими циклични модули над област на главни идеали .....	477
12.6.	Структурна теорема за крайно породените модули над област на главни идеали .....	482
12.7.	Свободни модули с краен ранг. Второ доказателство на структурната теорема за крайно породените модули над област на главни идеали .....	489
12.8.	Периодични модули .....	507
12.9.	Теорема за единственост на разлагането на крайно породените модули в директна сума .....	518
12.10.	Едно приложение на структурната теорема за крайните абелеви групи .....	521
	Използвана литература .....	525